

Circunferência e Círculo

Observe a situação a seguir.

Para traçar o canteiro de uma praça, o jardineiro Luís usou uma corda presa a duas hastes de madeira, uma em cada ponta.

Com uma das hastes presa ao chão e mantendo a corda esticada, ele riscou a terra com a outra, dando uma volta completa.

JOSE LUIS JUNIAS



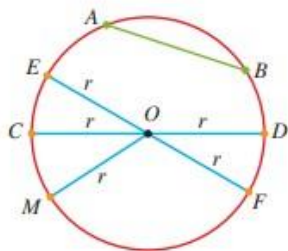
O traçado obtido pelo jardineiro dá ideia de uma circunferência.

Circunferência é a linha formada por todos os pontos de um plano que estão à mesma distância de um ponto fixo desse plano.

Todos os pontos de uma circunferência são equidistantes de um ponto fixo, chamado de **centro da circunferência**. Nessa circunferência, o centro é o ponto O .

Em uma circunferência, destacamos alguns elementos:

- **Raio**: segmento cujos extremos são o centro e um ponto qualquer da circunferência.
- **Corda**: segmento cujos extremos são dois pontos quaisquer de uma circunferência.
- **Diâmetro**: corda que passa pelo centro de uma circunferência.



Na figura ao lado:

- \overline{AB} é uma corda;
- \overline{CD} e \overline{EF} são alguns dos diâmetros;
- \overline{OM} , \overline{OC} e \overline{OF} são alguns dos raios.

- A palavra **raio** será usada tanto para designar um segmento como para indicar a medida desse segmento. Assim, por exemplo, quando dizemos que uma circunferência tem raio 3,8 cm, queremos dizer que os infinitos segmentos que são raios dessa circunferência medem 3,8 cm.

Círculo

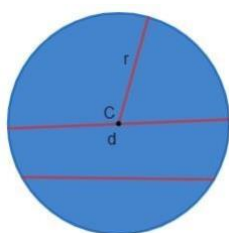
A definição de círculo é decorrente da definição de circunferência, pois um círculo é a **região interna da circunferência**. Fazendo um comparativo, temos que a circunferência é a extremidade, e o círculo é toda a região delimitada por essa extremidade. Veja a figura:



Elementos do círculo

- Como o círculo é uma região do plano determinada por uma circunferência, os elementos do círculo coincidem com os elementos da circunferência, isto é, ele também apresenta **raio**, **diâmetro** e **corda**. Veja:

r = é raio C = corda d = diâmetro



Comprimento da Circunferência

Esse número irracional, que representa a razão entre o comprimento C de uma circunferência e a medida D de seu diâmetro, é representado pela letra grega π (lemos: pi).

Assim, podemos escrever:

$$\frac{\text{comprimento da circunferência}}{\text{medida do diâmetro}} = \pi \text{ ou } \frac{C}{D} = \pi$$

Veja a representação decimal desse número com suas primeiras oito casas decimais:

3,14159265

Como a medida D do diâmetro de uma circunferência é o dobro da medida r de seu raio, podemos escrever:

$$\frac{C}{2r} = \pi \text{ ou } C = 2\pi r$$

Exemplo

1) Calcular o comprimento de uma circunferência de raio

3 cm. $C = 2 \cdot \pi \cdot R$ $\pi = 3,14$; R = representa o raio

$C = 2 \cdot (3,14) \cdot (3) = 18,84$ cm

Portanto , a circunferência tem 18,84 cm de comprimento .

2) Para realizar o teste físico em determinado concurso da PM, os candidatos devem correr ao redor de uma praça circular cujo diâmetro mede 120 m. Uma pessoa que dá 9 voltas ao redor dessa praça percorre: (Dado: $\pi = 3$).

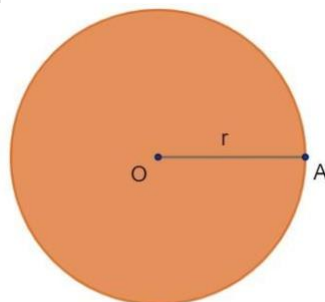
Se o diâmetro equivale a 120 metros, temos que o raio é 60 metros.

Para resolver a questão precisamos apenas calcular o valor do comprimento da circunferência, que equivale a uma volta ao redor da praça, e multiplica-lo por 9.

$$\begin{aligned}C &= 2\pi r \\C &= 2 * 3 * 60 \\&= 360 \text{ m} \\360 * 9 &= 3240 \text{ metros}\end{aligned}$$

Área do Círculo

Considere um círculo de raio r . Para calcular sua área, devemos **multiplicar o quadrado do valor do raio por π** .



$$A = \pi \cdot r^2$$

Quando calculamos a área da círculo, estamos determinando a medida da superfície, ou seja, toda região no interior do círculo.

- **Exemplo**

Determine a área de um círculo que possui raio igual 4 cm.

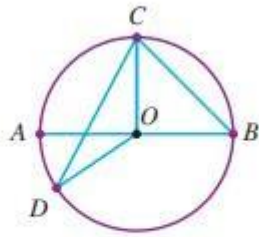
Temos que o raio do círculo é igual a 4 cm, logo, podemos substituir essa medida na fórmula da área. Veja:

$$\begin{aligned}A &= \pi \cdot r^2 \\A &= 3,14 \cdot \\&\quad (4)^2 \\A &= 3,14 \cdot \\&\quad 16\end{aligned}$$

$$\underline{\underline{A = 50,24}} \\ \underline{\underline{\text{cm}^2}}$$

Exercícios Propostos

- 1 Observe a circunferência abaixo e dê nome aos segmentos.



- a) \overline{OB} c) \overline{BC} e) \overline{CD}
b) \overline{OC} d) \overline{AB} f) \overline{OD}

2) Uma pista de atletismo tem a forma circular e seu diâmetro mede 80 m. Um atleta treinando nessa pista deseja correr 10 km diariamente. Determine o número mínimo de voltas completas que ele deve dar nessa pista a cada dia.

3) Deseja-se pregar uma fita decorativa ao redor da tampa de um pote redondo. Se o diâmetro da tampa mede 12 cm, qual o comprimento mínimo que a fita deve ter para dar a volta completa na tampa?

4) Calcule a área de um círculo de raio 7 cm.

5) Calcule a área de um círculo cujo diâmetro mede 18 cm

Cálculo do comprimento da circunferência

Trata-se da mesma ideia de quando se calcula o perímetro de um polígono. O comprimento da circunferência é calculado por:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

C → comprimento

r → raio

π → (lê-se: pi)

O π é uma letra grega que utilizamos para representar uma constante, sendo útil para cálculos com a circunferência. Como o π é um número irracional ($\pi = 3,141592653589793238\dots$), para fazer as contas, realizamos uma aproximação dele. Em questões de vestibulares, Enem e concurso, esse valor é dado no enunciado, o mais adotado é o de 3,14, porém há questões que usam 3,1 ou até mesmo 3 como valor de π .

• Exemplo 1

Calcule o comprimento da circunferência que possui raio igual a 4 cm (use $\pi = 3,14$):

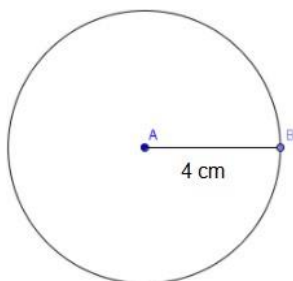
Resposta:

Dados:

$C = ?$

$\pi = 3,14$

$r = 4$ cm



Resolução:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 4$$

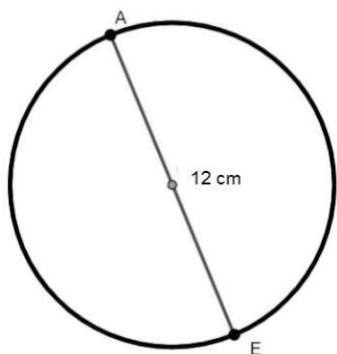
$$C = 6,28 \cdot 4$$

$$C = 25,12 \text{ cm}$$

Portanto, o comprimento da circunferência é de 25,12 cm.

- **Exemplo 2**

Calcule o comprimento da circunferência a seguir sabendo que o seu diâmetro é dado em cm. (Use $\pi = 3,14$)



Dados:

$$C = ?$$

$$\pi = 3,14$$

$$r = 6 \text{ cm (metade do diâmetro)}$$

Resolução:

$$C = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$C = 2 \cdot 3,14 \cdot 6$$

$$C = 6,28 \cdot 6$$

$$C = 37,68 \text{ cm}$$

1.

Cálculo da área de um círculo

A área de um círculo é calculada utilizando-se a fórmula:

$$A = \pi \cdot r^2$$

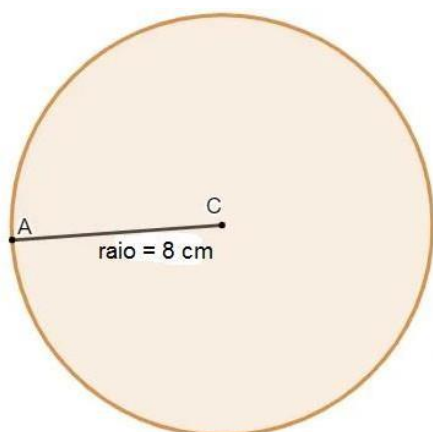
A → área

r → raio

π → (lê-se: pi)

- **Exemplo 1**

Qual é a área do círculo da imagem a seguir? ($\pi = 3,14$)



Dados:

$$A = ?$$

$$\pi = 3,14$$

$$r = 8 \text{ cm}$$

Resolução:

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$A = 3,14 \cdot 8^2$$

$$A = 3,14 \cdot 64$$

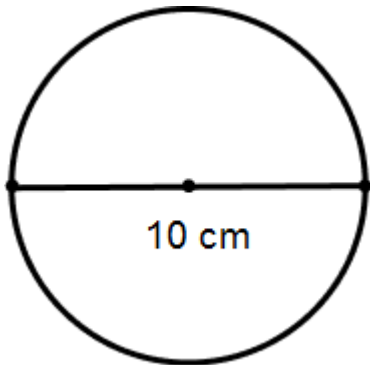
$$A = 200,96 \text{ cm}^2$$

- **Exemplo 2**

Calcule a área de um círculo delimitado por uma circunferência de diâmetro igual a 10 cm. (Use $\pi = 3,14$)

Resposta:

Se o diâmetro é 10 cm, o raio será 5 cm.



Dados:

$$A = ?$$

$$\pi = 3,14$$

$$r = 5 \text{ cm}$$

Resolução:

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$A = 3,14 \cdot 5^2$$

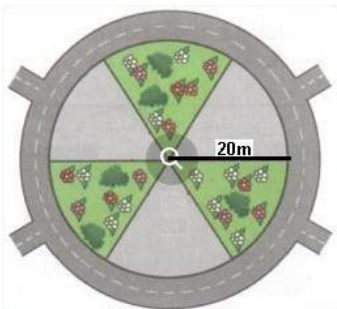
$$A = 3,14 \cdot 25$$

$$A = 78,50 \text{ cm}^2$$

ATIVIDADES

6. Observe o desenho de uma praça central circular localizada em uma cidade no interior do estado de São Paulo. Essa praça circular possui raio com medida igual a 20 metros. Determine o comprimento da circunferência dessa praça.

(Use $\pi = 3,14$)



Resolução:

7. No centro de uma cidade é construída uma praça circular com uma passarela central de 50 m de comprimento, como mostra a figura. Determine a área do terreno onde se encontram essa praça e a passarela central. (Use $\pi = 3,14$)



Resolução:

8. Um terreno circular deverá ser cercado com uma tela de arame. Sabe-se que esse terreno possui 30 m de diâmetro. Quantos metros de cerca serão necessários para **contornar esse terreno**? (Use $\pi = 3,14$)

Atenção aluno: Você deverá encontrar a medida do raio desse terreno para a resolução da atividade. **Lembre-se que o raio é a metade do diâmetro.**



Resolução:

9. Uma praça possui o formato circular com diâmetro medindo 20 metros. Calcule quantos metros quadrados de grama são necessários para preencher essa **área da praça**.

(Use $\pi = 3,14$)



Resolução:

10. Calcule o **comprimento da circunferência** que tem: (Use $\pi = 3,14$)

a) **raio** = 7 cm

b) **diâmetro** = 7 cm

11. Determine a **área do círculo** que tem:

a) **raio** = 4 cm

b) **diâmetro** = 4 cm

